MÉCANIQUE DU SOLIDE

Cinématique - Accélération et notions associées

13

1 - PRÉAMBULE

La vitesse d'un point qui varie implique une accélération ou une décélération. Elle peut être constante ou être variable elle-même à chaque instant. Elle possède une expression instantanée et peut être déclinée de deux façons selon le besoin dans les études de cinématique :

- Vecteur accélération linéaire … utile aussi au final pour pouvoir appliquer le P.F.D.
- Vecteur accélération angulaire … utile aussi au final pour pouvoir appliquer le P.F.D.
- Accélération curviligne … utile aussi au final pour pouvoir appliquer le P.F.D.

Les trois notions sont liées mais ne décrivent pas la même chose.

2 - VECTEUR ACCÉLÉRATION LINÉAIRE

Soit un solide **{ 1 }** qui se déplace par rapport à un repère ***R*** lié à un solide **{ 0 }**.
On observe la vitesse d'un point M de ce solide.

VECTEUR ACCÉLÉRATION LINÉAIRE

$$\overrightarrow{\Gamma_{M\in 1/0}} = \left[\frac{d\left(\overrightarrow{V_{M\in 1/0}}\right)}{dt}\right]_R = \begin{vmatrix} x''(t) \\ y''(t) \\ z''(t) \end{vmatrix}_R$$

$$= \gamma_t \cdot \vec{u} + \gamma_c \cdot \vec{v}$$

$$= v'(t) \cdot \vec{u} + \left(v(t)^2 / R \right) \cdot \vec{v}$$

➔ Représente l'accélération du point M observé dans l'espace à 3D.

➔ $x''(t)$; $y''(t)$ et $z''(t)$ sont ses projections dans **R**,
sont des fonctions dont la variable est le temps
peuvent être nulles ou des constantes.

➔ ⚠ C'est la dérivée du vecteur vitesse.

➔ ⚠ Souvent exprimé dans un repère local donnant l'expression la + simple avec :

γ_t : Accélération tangentielle, sur (u) tangent à la trajectoire, voir figure.

γ_c : Accélération centrifuge sur (v) toujours ⊥ à (u), voir figure.
Toujours dirigée vers l'intérieur de de la trajectoire.

R : Rayon en M de la trajectoire,
valeur infinie en cas de trajectoire rectiligne,
valeur finie en cas en cas de trajectoire courbe (cercle, arc de cercle...).

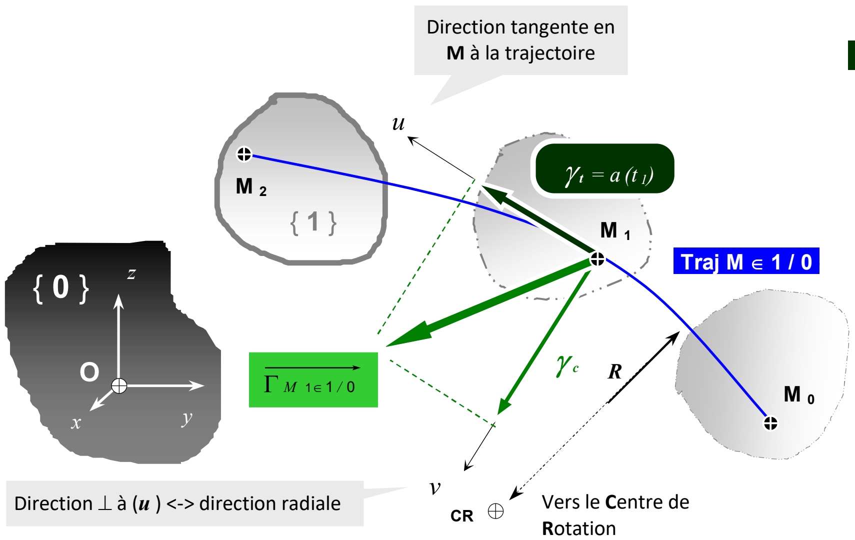
ACCÉLÉRATION CURVILIGNE

$$a(t) = v'(t) = \gamma_t(t)$$

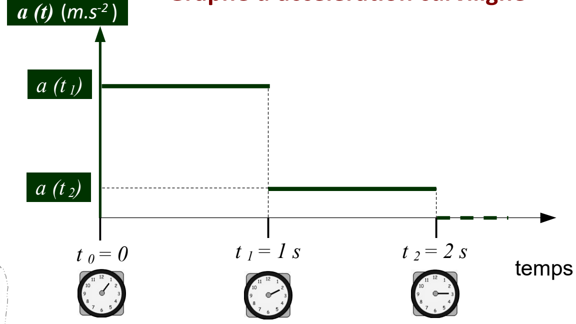
➔ Représente l'accélération tangentielle γ_t de M, au cours du temps.

➔ ⚠ C'est la dérivée de la vitesse curviligne $v(t)$ de M.

➔ C'est une courbe, donc avec une équation dont la variable est le temps.



Graphe d'accélération curviligne



3 - VECTEUR ACCÉLÉRATION ANGULAIRE

Soit un solide **{ 1 }** et sonr repère $\boldsymbol{R_1}$, tournant par rapport à un repère $\boldsymbol{R}$ lié à un solide **{ 0 }** autour de l'axe $\mathcal{X}$.
On observe l'accélération en rotation de ce solide.

VECTEUR ACCÉLÉRATION ANGULAIRE

$$\overrightarrow{\alpha_{1/0}} = \begin{vmatrix} \alpha_x(t) \\ \alpha_y(t) \\ \alpha_z(t) \end{vmatrix}_R = \begin{vmatrix} \omega_x'(t) \\ \omega_y'(t) \\ \omega_z'(t) \end{vmatrix}_R = \begin{vmatrix} \theta_x''(t) \\ \theta_y''(t) \\ \theta_z''(t) \end{vmatrix}_R$$

➔ Représente l'accélération en roation du solide observé dans l'espace à 3D.

➔ $\alpha_x(t)$, $\alpha_y(t)$ et $\alpha_z(t)$ sont les accélérations angulaires sur chaque axes de $\boldsymbol{R}$,
sont des fonctions dont la variable est le temps,
peuvent être nulles ou des constantes.

ACCÉLÉRATION ANGULAIRE
$$\alpha(t) = \omega'(t) = \theta''(t)$$

➔ Représente une accélération angulaire du solide qui tourne, au cours du temps.

➔ ⚠ C'est la dérivée de la vitesse angulaire $\omega(t)$, du solide qui tourne.

➔ On la représente avec un graphe, avec des équations dont la variable est le temps.